

Dr. rer. nat. Paul R. Willems

Die Arbeit "On MRRR-type Algorithms for the Tridiagonal Symmetric Eigenproblem and the Bidiagonal SVD" behandelt neue und verbesserte Ansätze zur Berechnung von Eigenzerlegungen symmetrisch tridiagonaler Matrizen (Problem TSEP) und Singulärwertzerlegungen von bidiagonalen Matrizen (BSVD).

Diese zwei eng verwandten Aufgaben sind ein Kernthema der Numerischen Linearen Algebra, da sie die jeweiligen schwierigsten Teilaufgaben darstellen, die der Standardalgorithmus zur Berechnung von Eigen-/Singulär-Systemen allgemeiner dichtbesetzter Matrizen lösen muss.

Das Werkzeug im Hauptfokus dieser Arbeit ist der Algorithmus "Multiple Relatively Robust Representations (MRRR)" von Inderjit Dhillon und Beresford Parlett. In einem ersten Teil werden der Algorithmus und seine begleitende Theorie in einer überarbeiteten modularisierten und Rahmenwerk-orientierten Form präsentiert. Darauf basierend wird eine Reihe von Weiterentwicklungen am Kernalgorithmus selbst vorgestellt.

Der zweite, und zentrale, Teil dieser Arbeit behandelt, wie Algorithmus MRRR eingesetzt werden kann, das Problem BSVD zu lösen. Aufbauend auf vorangegangenen Arbeiten von Benedikt Groß und Bruno Lang wird eine umfangreiche Theorie entwickelt, auf welche drei weitere Beiträge aufbauen: ein besseres Verständnis, warum die sogenannten "Black-Box" Ansätze nicht funktionieren können, eine rigorose Fehleranalyse des kopplungsbasierten Algorithmus von Groß und Lang, und schließlich ein neuer Lösungsansatz über die Golub-Kahan Matrix.

Der dritte Teil der Arbeit stellt einen neuen Algorithmus zum Verschieben (shiften) symmetrischer Tridiagonalmatrizen in block-faktorisierter Form vor, und zwar mit gemischter komponentenweiser relativer Stabilität. Letzteres ist entscheidend, um die Benutzung der Methode im Rahmen von MRRR überhaupt erst zu erlauben. Der große Vorteil von Block-Faktorisierungen liegt darin, dass sie eine Möglichkeit zur Kontrolle von Elementwachstum bieten, und daher stark zur Robustheit von MRRR-basierten Methoden beitragen können. Die in der Arbeit entwickelten Varianten von MRRR wurden als Software-Prototypen implementiert und in einer Reihe von numerischen Experimenten wird belegt, dass diese entsprechenden Lösern aus der LAPACK Software Bibliothek ebenbürtig und teilweise sogar überlegen sind.